

© International Baccalaureate Organization 2024

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2024

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2024

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Mathematik: Analyse und Ansätze

Grundstufe

2. Klausur

2. Mai 2024

Zone A Vormittag | Zone B Vormittag | Zone C Vormittag

Prüfungsnummer des Kandidaten

1 Stunde 30 Minuten

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Hinweise für die Kandidaten

- Schreiben Sie Ihre Prüfungsnummer in die Felder oben.
- Öffnen Sie diese Prüfungsklausur erst nach Aufforderung.
- Für diese Klausur wird ein grafikfähiger Taschenrechner (GTR) benötigt.
- Teil A: Beantworten Sie alle Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden.
- Teil B: Beantworten Sie alle Fragen im beigefügten Answerheft. Tragen Sie Ihre Prüfungsnummer auf der Vorderseite des Answerhefts ein und heften Sie es mit dieser Prüfungsklausur und Ihrem Deckblatt mit Hilfe der beiliegenden Klammer zusammen.
- Sofern in der Frage nicht anders angegeben, sollten alle numerischen Antworten entweder exakt oder auf drei signifikante Stellen genau angegeben werden.
- Für diese Klausur ist ein unverändertes Exemplar der **Formelsammlung zu Mathematik: Analyse und Ansätze GS** erforderlich.
- Die Höchstpunktzahl für diese Prüfungsklausur ist **[80 Punkte]**.



Für eine richtige Antwort ohne Rechenweg wird möglicherweise nicht die volle Punktzahl anerkannt. Die Antworten müssen durch einen Rechenweg bzw. Erläuterungen ergänzt werden. Lösungen, die mit einem grafikfähigen Taschenrechner (GTR) berechnet werden, sollten von einem passenden Rechenweg begleitet werden. Wenn Sie zum Beispiel Graphen zum Finden einer Lösung verwenden, sollten Sie diese als Teil Ihrer Antwort skizzieren. Bei falschen Antworten können ggf. Punkte für die richtige Methode vergeben werden, sofern dies durch einen schriftlichen Rechenweg erkennbar wird. Deshalb sollten Sie alle Rechenwege offenlegen.

Teil A

Beantworten Sie **alle** Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden. Bei Bedarf kann der Rechenweg unterhalb der Zeilen fortgesetzt werden.

1. [Maximale Punktzahl: 6]

In einer Studie wurde die Handynutzung einer zufälligen Stichprobe von zehn Schülern an einem bestimmten Tag untersucht.

Die Dauer t in Stunden, während der die zehn Schüler ihre Telefone nutzten, sind nachstehend aufgeführt.

0,7 1,2 1,9 4,0 4,4 4,5 4,9 5,7 6,5 11,7

(a) Finden Sie für diese Daten

(i) den Median;

(ii) den Quartilsabstand (QA).

[3]

Ein Ausreißer ist ein Wert, der entweder kleiner ist als $Q_1 - 1,5 \times QA$ oder größer als $Q_3 + 1,5 \times QA$.

(b) Zeigen Sie, dass 11,7 ein Ausreißer ist.

[3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

Teil B

Beantworten Sie **alle** Fragen im beigefügten Answerheft. Bitte beginnen Sie jede Frage auf einer neuen Seite.

7. [Maximale Punktzahl: 14]

In einem See lebt eine Fischart namens Karpfen. Die Länge L der Karpfen (in cm) kann durch eine Normalverteilung mit dem Mittelwert 45,6 cm und einer Standardabweichung von 4,2 cm modelliert werden.

Diesem Modell zufolge liegen Karpfen mit einer Länge zwischen 41,4 cm und k cm innerhalb einer Standardabweichung vom Mittelwert.

- (a) Notieren Sie den Wert von k . [2]
- (b) Finden Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Karpfen länger als 48 cm ist. [2]
- (c) Es ist bekannt, dass 99% der Karpfen in dem See länger als x cm sind. Finden Sie den Wert von x . [2]
- (d) Betrachten Sie eine zufällige Stichprobe von 100 Karpfen aus dem See.
 - (i) Finden Sie den Erwartungswert für die Anzahl von Karpfen mit einer Länge zwischen 40 cm und 56 cm.
 - (ii) Finden Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in dieser Stichprobe genau 95 Karpfen eine Länge zwischen 40 cm und 56 cm aufweisen. [5]

Eine große Stichprobe von Karpfen aus dem See wird untersucht. Die Länge jedes Fisches wird gemessen und auf 0,1 cm genau aufgezeichnet.

- (e) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass für die Länge eines zufällig ausgewählten Karpfens 45,6 cm aufgezeichnet wurde. [3]



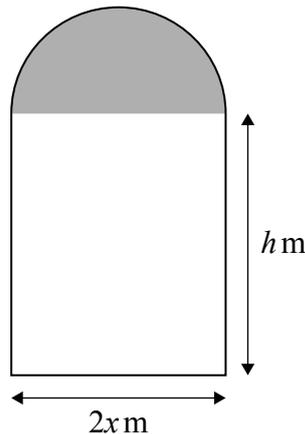
Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

8. [Maximale Punktzahl: 15]

Ein Fenster hat die Form eines Rechtecks, auf das ein Halbkreis aufgesetzt ist.

Der rechteckige Teil des Fensters hat die Abmessungen $2x$ Meter mal h Meter.

Das Fenster mit seinen beiden Teilen ist im folgenden Diagramm dargestellt.



Die Fläche des Fensters sei A Quadratmeter.

- (a) Notieren Sie einen Ausdruck für A in Abhängigkeit von x und h . [2]

Der Umfang des Fensters sei P Meter.

- (b) Zeigen Sie für $P = 10$, dass $h = \frac{1}{2}(10 - 2x - \pi x)$. [2]

Das Fenster ist so konzipiert, dass es ein Maximum an Licht hereinlässt.

Der rechteckige Teil des Fensters besteht aus Klarglas und lässt drei Lichteinheiten pro Quadratmeter durch.

Der halbkreisförmige Teil des Fensters besteht aus getöntem Glas und lässt eine Lichteinheit pro Quadratmeter durch.

- (c) Zeigen Sie, dass die durch das Fenster einfallende Lichtmenge L (in Lichteinheiten) gegeben ist durch $L = 30x - 6x^2 - \frac{5}{2}\pi x^2$. [4]

- (d) (i) Finden Sie einen Ausdruck für $\frac{dL}{dx}$.
 (ii) Finden Sie den Wert von x so, dass das Fenster die maximale Lichtmenge durchlässt. Begründen Sie, dass dieser Wert von x ein Maximum ergibt.
 (iii) Finden Sie den Wert von h so, dass das Fenster die maximale Lichtmenge durchlässt. [7]



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

9. [Maximale Punktzahl: 17]

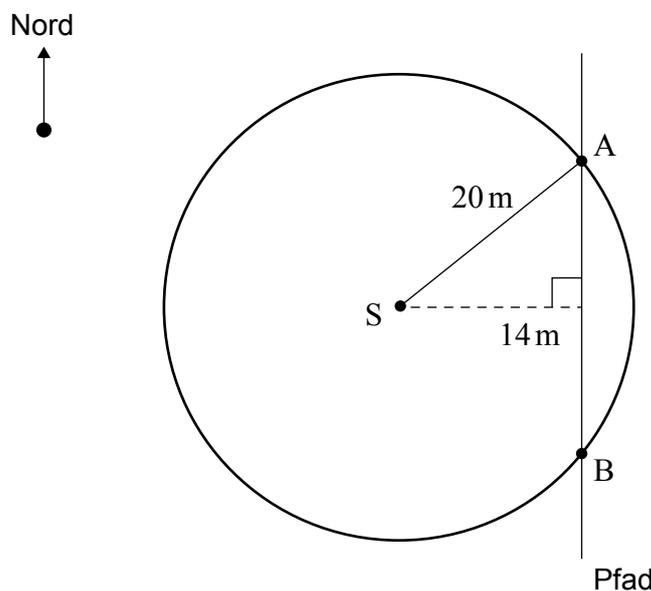
Ein rotierender Sprinkler befindet sich an einem festen Punkt S.

Er bewässert alle Punkte auf und innerhalb eines Kreises mit dem Radius 20 Meter.

Der Punkt S befindet sich 14 Meter vom Rand eines Weges entfernt, der in Nord-Süd-Richtung verläuft.

Der Pfad schneidet den Kreis an den Punkten A und B.

Dies wird im folgenden Diagramm dargestellt.



- (a) Zeigen Sie, dass die auf vier signifikante Stellen genaue Länge $AB = 28,57$ beträgt. [3]

Der Sprinkler dreht sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von einer Umdrehung alle 16 Sekunden.

- (b) Zeigen Sie, dass sich der Sprinkler in einer Sekunde um einen Winkel von $\frac{\pi}{8}$ Radiant dreht. [1]

T sei die Zeitdauer in Sekunden, während der $[AB]$ bei jeder Umdrehung bewässert wird.

- (c) Finden Sie den Wert von T . [4]

(Auf die vorliegende Frage wird auf der nächsten Seite weiter eingegangen)



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

(Fortsetzung Frage 9)

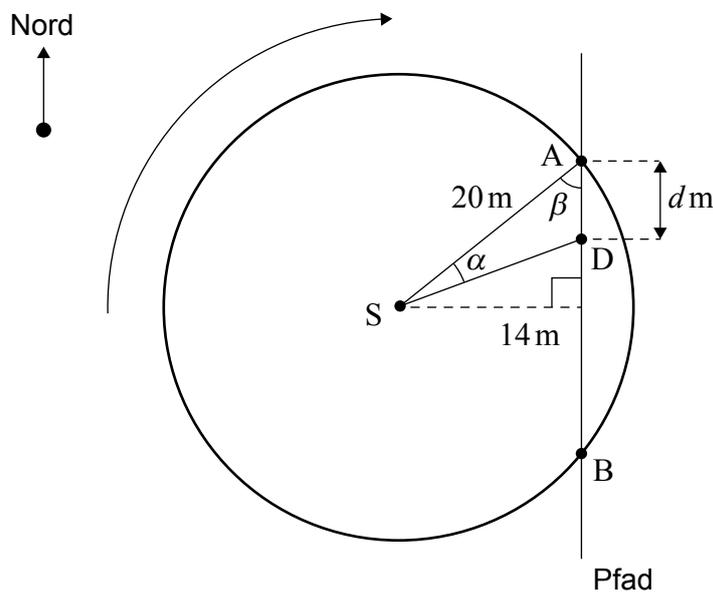
Betrachten Sie eine Umdrehung des Sprinklers im Uhrzeigersinn.

Zum Zeitpunkt $t = 0$ spritzt das Wasser bei A an den Rand des Pfads.

Zum Zeitpunkt t Sekunden spritzt das Wasser auf einen variablen Punkt D auf dem Rand des Pfads, der d Meter südlich von Punkt A liegt.

Es seien $\alpha = \widehat{ASD}$ und $\beta = \widehat{SAB}$, wobei die Winkel α, β im Bogenmaß gemessen werden.

Dies wird im folgenden Diagramm dargestellt.



(d) Notieren Sie einen Ausdruck für α in Abhängigkeit von t . [1]

Es gelte nun $\beta = 0,7754$, im Bogenmaß und auf vier signifikante Stellen genau.

(e) Zeigen Sie mit Hilfe des Sinussatzes in $\triangle ASD$, dass der Abstand d zum Zeitpunkt t durch

$$d(t) = \frac{20 \sin\left(\frac{\pi t}{8}\right)}{\sin\left(2,37 - \frac{\pi t}{8}\right)} \text{ modelliert werden kann.} \quad [3]$$

(Auf die vorliegende Frage wird auf der nächsten Seite weiter eingegangen)



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

(Fortsetzung Frage 9)

Eine Schildkröte läuft am Rande des Pfads nach Süden.

Zum Zeitpunkt t Sekunden kann der Abstand g der Schildkröte (in Meter) südlich von A, durch die folgende Funktion modelliert werden:

$$g(t) = 0,05t^2 + 1,1t + 18, \text{ mit } t \geq 0.$$

(f) Geben Sie an, wie weit südlich die Schildkröte zum Zeitpunkt $t = 0$ von A entfernt ist. [1]

Es sei w die Entfernung zwischen der Schildkröte und dem Punkt D zum Zeitpunkt t Sekunden.

(g) (i) Notieren Sie mit Hilfe der Ausdrücke für $g(t)$ und $d(t)$ einen Ausdruck für w in Abhängigkeit von t .

(ii) Finden Sie unter Nutzung der Vorarbeit wann und wo auf dem Weg das Wasser die Schildkröte zuerst erreicht. [4]

